



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»**



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по науке и инновациям

В.Н. Коротаев

« 06 » 2017г.

**Рабочая программа дисциплины  
«Дифференциальные уравнения»**

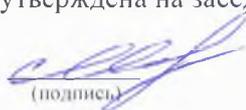
<b>Направление подготовки</b>	01.06.01 Математика и механика
<b>Направленность (профиль) программы аспирантуры</b>	Функционально-дифференциальные уравнения
<b>Научная специальность</b>	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
<b>Квалификация выпускника</b>	Исследователь. Преподаватель-исследователь
<b>Выпускающая(ие) кафедра(ы)</b>	Вычислительная математика и механика (ВММ) Высшая математика (ВМ)
<b>Форма обучения</b>	Очная
<b>Курс: 2,3</b>	<b>Семестр (ы): 4,5</b>
<b>Трудоёмкость:</b>	
Кредитов по рабочему учебному плану:	4 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	144 ч
<b>Виды контроля с указанием семестра:</b>	
Экзамен: 5	Зачёт: 4

Пермь 2017 г.

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» разработана на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

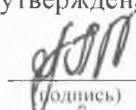
Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВММ  
Протокол от «1» июня 2017г. № 11.  
Зав. кафедрой ВММ



(подпись)

Н.А. Труфанов

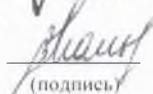
Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВМ  
Протокол от «16» мая 2017г. № 11.  
Зав. кафедрой ВМ



(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Разработчик к.ф.-м.н., доц.  
программы



(подпись)

В.В. Малыгина

Руководитель к.ф.-м.н., доц.  
программы



(подпись)

В.В. Малыгина

Согласовано:

Начальник УПКВК



(подпись)

Л.А. Свисткова

## 1. Общие положения

**1.1 Цель учебной дисциплины** – формирование комплекса знаний, умений и навыков в области исследования динамических систем с помощью дифференциальных уравнений и систем.

В процессе изучения данной дисциплины аспирант формирует следующие **компетенции**:

- способность выделять наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем, определять новые исследовательские задачи и находить их точные формулировки (ПК-1);
- способностью выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру (ПК-2);
- способностью классифицировать задачи для функционально-дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования (ПК-3);
- готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4).

### 1.2 Задачи учебной дисциплины:

• **формирование знаний**

- изучение основных направлений развития теории динамических систем, приводящих к дифференциальным уравнениям;

• **формирование умений**

- формирование умения проводить количественные и качественные исследования свойств решений дифференциальных уравнений;

• **формирование навыков**

- формирование навыков применения современного аналитического аппарата для решения и качественного исследования дифференциальных уравнений.

### 1.3 Предметом освоения дисциплины являются следующие объекты:

- классические обыкновенные дифференциальные уравнения и системы;
- уравнения и системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом;
- интегро-дифференциальные уравнения и системы уравнений.

### 1.4 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б.В1.01 «Дифференциальные уравнения» является обязательной дисциплиной вариативной части цикла базового учебного плана.

Дисциплина используется при подготовке к сдаче кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление и выполнении научно-квалификационной работы (диссертации).

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате изучения дисциплины аспирант должен освоить части указанных в пункте 1.1 компетенций и продемонстрировать следующие результаты:

**Знать:**

- причины и принципы формирования направлений развития теории динамических систем, моделируемых дифференциальными уравнениями;
- интерпретацию дифференциальных уравнений в задачах физики, механики, биологии и др.;

- постановки и методы решения разных задач, возникающих при изучении дифференциальных уравнений;
- теоретические основы современных методов решения и качественного исследования дифференциальных уравнений.

**Уметь:**

- определять и формулировать новые актуальные исследовательские задачи теории дифференциальных уравнений;
- находить возможности применения дифференциальных уравнений к прикладным задачам;
- правильно классифицировать задачи, возникающие при решении и исследовании дифференциальных уравнений;
- разрабатывать возможности применения теории дифференциальных уравнений для исследования динамических систем.

**Владеть:**

- методами рационального выбора и формализации задач теории динамических систем, моделируемых дифференциальными уравнениями;
- методами математического моделирования динамических систем;
- методами решения задач, возникающих при исследовании дифференциальных уравнений;
- аналитическими методами современной теории дифференциальных уравнений.

**2.1 Дисциплинарная карта компетенции ПК-1**

<b>Код</b> ПК-1	<b>Формулировка компетенции</b> способность выделять наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем, определять новые актуальные исследовательские задачи и находить их точные формулировки
--------------------	--

<b>Код</b> ПК-1 Б.В1.01	<b>Формулировка дисциплинарной части компетенции</b> способность выделять наиболее актуальные направления развития теории динамических систем, описываемых посредством дифференциальных уравнений, определять новые актуальные исследовательские задачи и находить их точные формулировки
-------------------------------	--

**Требования к компонентному составу части компетенции**

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
<b>Знать:</b> причины и принципы формирования направлений развития теории динамических систем, моделируемых дифференциальными уравнениями	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
<b>Уметь:</b> определять и формулировать новые актуальные исследовательские задачи теории дифференциальных уравнений	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
<b>Владеть:</b> методами рационального выбора и формализации задач теории динамических систем, моделируемых дифференциальными уравнениями	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

## 2.2 Дисциплинарная карта компетенции ПК-2

<b>Код</b> ПК-2	<b>Формулировка компетенции</b> способность выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру
--------------------	--

<b>Код</b> ПК-2 Б.В1.01	<b>Формулировка дисциплинарной части компетенции</b> способность выделять формально-абстрактную составляющую в динамических процессах и моделировать ее как систему дифференциальных уравнений
-------------------------------	---

### Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
<b>Знать:</b> интерпретацию дифференциальных уравнений в задачах физики, механики, биологии и др.	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
<b>Уметь:</b> находить возможности применения дифференциальных уравнений к прикладным задачам	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
<b>Владеть:</b> методами математического моделирования динамических систем	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

## 2.3 Дисциплинарная карта компетенции ПК-3

<b>Код</b> ПК-3	<b>Формулировка компетенции</b> способность классифицировать задачи для функционально-дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования
--------------------	---

<b>Код</b> ПК-3 Б.В1.01	<b>Формулировка дисциплинарной части компетенции</b> способность классифицировать задачи для дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования
-------------------------------	--

### Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
<b>Знать:</b> постановки и методы решения разных задач, возникающих при изучении дифференциальных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
<b>Уметь:</b> правильно классифицировать задачи, возникающие при решении и исследовании дифференциальных уравнений	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

<b>Владеть:</b> методами решения задач, возникающих при исследовании дифференциальных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
--	---	---

#### 2.4 Дисциплинарная карта компетенции ПК-4

<b>Код</b> ПК-4	<b>Формулировка компетенции</b> готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных динамических систем
--------------------	---

<b>Код</b> ПК-4 Б.В1.01	<b>Формулировка дисциплинарной части компетенции</b> готовность использовать аналитический аппарат современной теории дифференциальных уравнений для решения количественных и качественных задач при исследовании динамических систем
-------------------------------	--

#### Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
<b>Знать:</b> теоретические основы современных методов решения и качественного исследования дифференциальных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
<b>Уметь:</b> разрабатывать возможности применения теории дифференциальных уравнений для исследования динамических систем	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
<b>Владеть:</b> аналитическими методами современной теории дифференциальных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

### 3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 ЗЕ (1 ЗЕ = 36 час.).

Таблица 1

#### Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Вид учебной работы	Трудоёмкость, ч	
		4 семестр	5 семестр
<b>1</b>	Аудиторная работа	12	
	В том числе:		
	Лекции (Л)	5	-
	Практические занятия (ПЗ)	-	6
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	1	-
<b>2</b>	Самостоятельная работа (СР)	66	30
	Итоговая аттестация по дисциплине: Кандидатский экзамен	-	36
	Форма итогового контроля:	Зачет	Кандидатский экзамен

#### 4. Содержание учебной дисциплины

##### 4.1 Модульный тематический план

Таблица 2

Тематический план по модулям учебной дисциплины (4,5 семестр)

Номер раздела дисциплины	Номер темы дисциплины	Количество часов и виды занятий					Итоговый контроль	Самостоятельная работа	Трудоёмкость, ч / ЗЕ
		аудиторная работа			КСР	Итоговый контроль			
		всего	Л	ПЗ					
1	1	1	1				6	7	
	2						6	6	
<b>Всего по разделу:</b>		<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>			<b>12</b>	<b>13</b>	
2	3						6	6	
	4	1	1				6	7	
<b>Всего по разделу:</b>		<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>			<b>12</b>	<b>13</b>	
3	5	1	1				6	7	
	6				0.5		6	6.5	
<b>Всего по разделу:</b>		<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0.5</b>		<b>12</b>	<b>13.5</b>	
4	7	1	1				6	7	
	8						8	8	
	9	1	1				8	9	
	10						8	8	
<b>Всего по разделу:</b>		<b>2</b>	<b>2</b>	<b>0</b>			<b>30</b>	<b>32</b>	
5	11	1		1			6	7	
	12	1		1			6	7	
<b>Всего по разделу:</b>		<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>			<b>12</b>	<b>14</b>	
6	13	1		1			6	7	
	14	1		1			6	7	
	15	2		2	0.5		6	8.5	
<b>Всего по разделу:</b>		<b>4</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>0.5</b>		<b>18</b>	<b>22.5</b>	
<b>Итоговая аттестация (канд. экзамен)</b>							<b>36</b>	<b>36</b>	
<b>Итого:</b>		<b>11</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>1</b>		<b>36</b>	<b>144/4</b>	

##### 4.2. Содержание разделов и тем учебной дисциплины

###### 4.2.1. Содержание разделов и тем учебной дисциплины (4 семестр)

**Раздел 1.** Общие принципы теории обыкновенных дифференциальных уравнений (Л –1, ПЗ–0, СР –12)

Тема 1. Дифференциальные уравнения как основной метод описания и исследования динамических систем.

Тема 2. Ограниченность класса дифференциальных уравнений, интегрируемых в квадратурах. Качественные методы исследования как основной инструмент современной теории дифференциальных уравнений.

## Раздел 2. Линейные дифференциальные уравнения и системы (Л –1, ПЗ–0, СР –12)

Тема 3. Основные принципы построения теории линейных уравнений и систем. Фундаментальное решение, матрица Коши, формула Остроградского–Лиувилля.

Тема 4. Специальные классы линейных дифференциальных уравнений. Автономные системы. Периодические системы.

## Раздел 3. Краевые задачи (Л –1, ПЗ–0, СР –12)

Тема 5. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

Тема 6. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных чисел и собственных функций. Теорема Стеклова.

## Раздел 4. Устойчивость и управление (Л –2, ПЗ–0, СР –30)

Тема 7. Первый и второй методы Ляпунова. Функции Ляпунова.

Тема 8. Принцип аргумента. Метод D-разбиений. Теорема Рауса–Гурвица.

Тема 9. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

Тема 10. Задачи оптимального управления. Стабилизация и быстродействие.

### 4.2.2. Содержание разделов и тем учебной дисциплины (5 семестр)

## Раздел 5. Операторные методы (Л –0, ПЗ–2, СР –12)

Тема 11. Упорядоченность. Конусы. Монотонные операторы. Дифференциальные неравенства.

Тема 12. Сведение дифференциальных уравнений к интегральным. Сопряженные и самосопряженные интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. Системы собственных функций, ортогональные разложения.

## Раздел 6. Основы теории функционально-дифференциальных уравнений (Л –0, ПЗ–4, СР –18)

Тема 13. Задачи, приводящие к уравнениям с отклоняющимся аргументом. Начальная функция и непрерывная стыковка, определение решения в смысле Мышкиса и Хейла. Оператор внутренней суперпозиции, определение решения в смысле Азбелева. Интегральное представление решения.

Тема 14. Оператор Грина, функция Грина. Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.

Тема 15. Вольтерровы по Тихонову операторы. Оператор Коши и функция Коши. Исследование устойчивости решений функционально-дифференциальных уравнений.

### 4.3. Перечень тем лабораторных работ

При изучении данной дисциплины лабораторные работы не предусмотрены.

### 4.4. Перечень тем практических занятий

Таблица 3

Темы практических занятий (из пункта 4.2.2)

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
--------	-----------------------	---	----------------------------------	-----------------------------------

1	11	Конусы. Монотонные операторы.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
2	12	Сопряженные и самосопряженные интегральные операторы в пространствах суммируемых функций.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
3	13	Уравнения с отклоняющимся аргументом.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
4	14	Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
5	15	Оператор Коши и функция Коши.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
6	15	Вольтерровы по Тихонову операторы.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.

#### 4.5. Перечень тем семинарских занятий

При изучении данной дисциплины семинарские занятия не предусмотрены.

#### 4.6. Содержание самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспирантов заключается в теоретическом изучении конкретных вопросов и выполнении творческих заданий.

Таблица 4

Темы самостоятельных заданий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы самостоятельной работы	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	2	Качественные методы исследования как основной инструмент современной теории дифференциальных уравнений.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
2	3	Фундаментальное решение, матрица Коши, формула Остроградского–Лиувилля	Собеседование. Творческое задание	Темы творческих заданий
3	4	Периодические системы	Творческое задание	Темы творческих заданий

4	5	Функция Грина	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
5	6	Теорема Стеклова	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
6	7	Функции Ляпунова.	Творческое задание	Темы творческих заданий
7	8	Метод D-разбиений	Творческое задание	Темы творческих заданий
8	10	Оптимальное управление	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
9	11	Дифференциальные неравенства	Творческое задание	Темы творческих заданий
10	12	Самосопряженные интегральные операторы в пространствах суммируемых функций	Собеседование. Творческое задание	Вопросы по темам / разделам дисциплины Темы творческих заданий
11	14	Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины
12	15	Исследование устойчивости функционально-дифференциальных уравнений	Собеседование. Творческое задание	Вопросы по темам / разделам дисциплины Темы творческих заданий

### 5. Методические указания для аспирантов по изучению дисциплины

При изучении дисциплины «Дифференциальные уравнения» аспирантам целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически;
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела;
3. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции;
4. К выполнению практических заданий приступать после самостоятельной работы по изучению теоретических вопросов.

### 6. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Для успешного освоения дисциплины применяются различные образовательные технологии, которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной профессиональной образовательной программы.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при которой аспиранты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Проведение практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором аспиранты взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность аспирантов в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности аспирантов на достижение целей занятия.

### 7. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля по дисциплине «Дифференциальные уравнения» представлен в виде приложения к рабочей программе дисциплины.

## 8. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 8.1. Карта обеспеченности дисциплины учебно-методической литературой

Б.В1.01 «Дифференциальные уравнения»	БЛОК 1	
	(цикл дисциплины/блок)	
	<input type="checkbox"/> базовая часть цикла	<input checked="" type="checkbox"/> обязательная
	<input checked="" type="checkbox"/> вариативная часть цикла	<input type="checkbox"/> по выбору аспиранта
(индекс и полное название дисциплины)		

01.06.01/ 01.01.02	Математика и механика / Функционально-дифференциальные уравнения
код направления / шифр научной специальности	(полные наименования направления подготовки / направленности программы)

2017

Семестр(-ы): 4,5

(год утверждения учебного плана)

Количество аспирантов: 2

Факультет прикладной математики и механики

тел. 8(342)239-13-03; [fpmm@pstu.ru](mailto:fpmm@pstu.ru)  
(контактная информация)

Кафедра вычислительной математики и механики

тел. 8(342)239-15-64; [vmm@pstu.ru](mailto:vmm@pstu.ru)  
(контактная информация)

Кафедра высшей математики

тел. 8(342)239-16-97; [vm@pstu.ru](mailto:vm@pstu.ru)  
(контактная информация)

## 8.2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>1 Основная литература</b>		
1	Соколов, Владимир Александрович. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / В. А. Соколов ; Пермский национальный исследовательский политехнический университет .— Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2014 .- 193 с.	10+Электронная библиотека ПНИПУ
2	Демидович, Борис Павлович. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов .— 2-е изд., испр .— Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2006 .— 276 с.	10
3	Азбелев, Николай Викторович. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений / Н. В. Азбелев, В. П. Максимов, Л. Ф. Рахматуллина .— М : Наука : Физматлит, 1991 .— 277 с.	10+1 на кафедре
<b>2 Дополнительная литература</b>		
<b>2.1 Учебные и научные издания</b>		
1	Азбелев, Николай Викторович. Избранные труды Н. В. Азбелева / Н. В. Азбелев ; Под ред. В. П. Максимова, Л. Ф. Рахматуллиной .— Москва ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2012. – 808 с.	1+1 на кафедре
2	Бравый, Евгений Ильич. Разрешимость краевых задач для линейных функционально-дифференциальных уравнений / Е. И. Бравый .— Москва ; Ижевск : Регуляр. и хаот. динамика, 2011. – 350 с.	10+1 на кафедре
3	Азбелев, Н.В. Элементы современной теории функционально-дифференциальных уравнений. Методы и приложения / Н.В. Азбелев, В. П. Максимов, Л. Ф. Рахматуллина .— Москва : Ин-т компьют. исслед., 2002. – 383 с.	3+1 на кафедре
4	Арнольд, Владимир Игоревич. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И. Арнольд; Удмуртский государственный университет .— 4-е изд .— Ижевск : Регуляр. и хаот. динамика : Ижев. респ. тип., 2000 .— 367 с.	48
5	Арнольд, Владимир Игоревич. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В. И. Арнольд.— 3-е изд., стер .— Москва : Регуляр. и хаот. динамика : МЦНМО, 2002. – 399 с.	2002 – 1 2000 – 6
<b>2.2 Периодические издания</b>		
1	Известия вузов. Математика <a href="http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&amp;option_lang=rus">http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&amp;option_lang=rus</a>	Общероссийский математический портал

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
2	<i>Дифференциальные уравнения</i> <a href="http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&amp;option_lang=rus">http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&amp;option_lang=rus</a>	Общероссийский математический портал
3	<i>Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations</i> <a href="http://www.math.u-szeged.hu/ejqtde/">http://www.math.u-szeged.hu/ejqtde/</a>	<i>Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations</i>

### 8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

#### 8.3.1. Лицензионные ресурсы<sup>1</sup>

1. Электронная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных электрон. док., издан. в Изд-ве ПНИПУ] / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, Науч. б-ка. – Пермь, 2016. – Режим доступа: <http://elib.pstu.ru>, свободный. – Загл. с экрана.

2. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии кн., журн. по гуманитар., обществ., естеств. и техн. наукам] / Электрон.-библ. система «Изд-ва «Лань». – Санкт-Петербург, 2010-2016. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

3. ProQuest Dissertations & Theses Global [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : дис. и дипломные работы на ин. яз. по всем отраслям знания] / ProQuest LLC. – Ann Arbor, 2016. – Режим доступа: <http://search.proquest.com/pqdglobal/dissertations>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

4. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии дис. и автореф. дис. по всем отраслям знания] / Электрон. б-ка дис. – Москва, 2003-2016. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru>, компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

5. Cambridge Journals [Electronic resource : полнотекстовая база данных : электрон. журн. по гуманитар., естеств., и техн. наукам на англ. яз.] / University of Cambridge. – Cambridge : Cambridge University Press, 1770-2012. – Режим доступа: <http://journals.cambridge.org>. – Загл. с экрана. 11.

6. ScienceDirect [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. науч. журн. и кн. по обществ., естеств. и техн. наукам на англ. яз.] / Elsevier B. V. – Amsterdam, 2016. – Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

<sup>1</sup> собственные или предоставляемые ПНИПУ по договору

7. Springer [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. журн., кн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам, протоколы исследований на англ. и нем. яз.] / Springer International Publishing AG, Part of Springer Science+Business Media. – Cham, 2016. – Режим доступа: <http://link.springer.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

8. zbMATH [Электронный ресурс] : [реф.-библиограф. и аналит. база данных по математике на англ. яз.] / FIZ Karlsruhe GmbH. – Berlin, 2016. – Режим доступа: <https://zbmath.org>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

### **8.3.2. Открытые интернет-ресурсы**

1. Пермский семинар по функционально-дифференциальным уравнениям - <http://fde-perm.livejournal.com/>

2. Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

3. Московский центр непрерывного математического образования – <http://www.mccme.ru/>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

**9.1. Специальные помещения и помещения для самостоятельной работы**  
Специальные помещения не требуются.

**9.2. Основное учебное оборудование**  
Специальное оборудование не требуется.

**Лист регистрации изменений**

<b>№ п.п.</b>	<b>Содержание изменения</b>	<b>Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой</b>
1	2	3
1		
2		
3		
4		

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет» (ПНИПУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по науке и инновациям

В.Н. Кортаев  
«    » «    » 2017г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине  
«Дифференциальные уравнения»

Направление подготовки	01.06.01 Математика и механика
Направленность (профиль) программы аспирантуры	Функционально-дифференциальные уравнения
Научная специальность	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
Квалификация выпускника	Исследователь. Преподаватель-исследователь
Выпускающие кафедры	Вычислительная математика и механика (ВММ) Высшая математика (ВМ)
Форма обучения	Очная
Курс: 2, 3	Семестры: 4, 5
Трудоёмкость:	
Кредитов по рабочему учебному плану:	4 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	144 ч
Виды контроля с указанием семестра:	
Экзамен: 5	Зачёт: 4

Пермь 2017 г.

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения» разработан на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВММ  
Протокол от «1» июля 2017г. № 11,  
Зав. кафедрой ВММ



(подпись)

Н.А. Труфанов

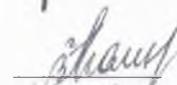
ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВМ  
Протокол от «06» июля 2017г. № 11,  
Зав. кафедрой ВМ



(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Руководитель  
программы, к.ф.-м.н., доцент



(подпись)

В.В. Малыгина

Согласовано:

Начальник управления  
подготовки кадров  
высшей квалификации



(подпись)

Л.А. Свисткова

# 1. Перечень формируемых частей компетенций, этапы их формирования и контролируемые результаты обучения

## 1.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Согласно основной профессиональной образовательной программе аспирантуры учебная дисциплина Б1.В1.01 «Дифференциальные уравнения» участвует в формировании следующих дисциплинарных частей компетенций:

- способность выделять наиболее актуальные направления развития теории функционально-дифференциальных динамических систем, определять новые исследовательские задачи и находить их точные формулировки (ПК-1);
- способностью выделять формально-абстрактную составляющую в любых динамических процессах, интерпретируя их как функционально-дифференциальную структуру (ПК-2);
- способностью классифицировать задачи для функционально-дифференциальных уравнений по свойствам и методам исследования (ПК-3);
- готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4).

## 1.2 Этапы формирования компетенций

Освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение двух семестров. В 4 семестре предусмотрены аудиторские лекционные занятия, в 5 семестре - практические занятия, а также самостоятельная работа аспирантов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты дисциплинарных компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в дисциплинарных картах компетенций в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения и являются показателями достижения заданного уровня освоения компетенций (табл. 1).

Таблица 1

Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине  
(показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Вид контроля			
	4 семестр		5 семестр	
	Текущий	Зачет	Текущий	Канд. экзамен
<b>Усвоенные знания</b>				
3.1 знать причины и принципы формирования направлений развития теории динамических систем, моделируемых дифференциальными уравнениями	С	ТВ		
3.2 знать интерпретацию дифференциальных уравнений в задачах физики, механики, биологии и др			С	ТВ
3.3 знать постановки и методы решения разных задач, возникающих при изучении дифференциальных уравнений			С	ТВ
3.4 знать теоретические основы современных методов решения и качественного исследования дифференциальных уравнений	С	ТВ		
<b>Освоенные умения</b>				
У.1 определять и формулировать новые актуальные исследовательские задачи теории дифференциальных уравнений	ОТЗ	ПЗ		
У.2 находить возможности применения дифференциальных уравнений к прикладным задачам			ОТЗ	ПЗ
У.3 правильно классифицировать задачи, возникающие при решении и исследовании дифференциальных уравнений			ОТЗ	ПЗ
У.4 разрабатывать возможности применения теории				

дифференциальных уравнений для исследования динамических систем	ОТЗ	ПЗ		
<b>Приобретенные владения</b>				
<b>В.1</b> методами рационального выбора и формализации задач теории динамических систем, моделируемых дифференциальными уравнениями	ОТЗ	ПЗ		
<b>В.2</b> методами математического моделирования динамических систем	ОТЗ	ПЗ		
<b>В.3</b> методами решения задач, возникающих при исследовании дифференциальных уравнений			ОТЗ	ПЗ
<b>В.4</b> аналитическими методами современной теории дифференциальных уравнений			ОТЗ	ПЗ

*С – собеседование по теме; ТВ – теоретический вопрос; ТЗ – творческое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности; ОТЗ – отчет по творческому заданию; ПЗ – практическое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности.*

*Собеседование – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с аспирантом на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.*

*Творческое задание - частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.*

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных частей компетенций (результатов обучения по дисциплине) является промежуточная аттестация в виде зачета (4 семестр) и кандидатского экзамена (5 семестр), проводимые с учетом результатов текущего контроля.

## **2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.**

В процессе формирования заявленных компетенций используются различные формы оценочных средств текущего и промежуточного контроля.

Компоненты дисциплинарных компетенций, указанные в дисциплинарных картах компетенций в рабочей программе дисциплины, выступают в качестве контролируемых результатов обучения в рамках освоения учебного материала дисциплины: знать, уметь, владеть.

### **2.1 Текущий контроль**

Текущий контроль для комплексного оценивания показателей знаний, умений и владений дисциплинарных частей компетенций (табл. 1) проводится в форме собеседования и защиты отчета о творческом задании.

#### **• Собеседование**

Для оценки **знаний** аспирантов проводится собеседование в виде специальной беседы преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной для выяснения объема знаний по определенному разделу, теме, проблеме.

Собеседование может выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии и показатели оценивания собеседования отображены в шкале, приведенной в табл. 2.

Таблица 2

Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
Зачтено	Аспирант достаточно свободно использует фактический материал по заданному вопросу, умеет определять причинно-следственные связи событий, логично и

	грамотно, с использованием профессиональной терминологии обосновывает свою точку зрения.
Незачтено	Аспирант демонстрирует полное незнание материала или наличие бессистемных, отрывочных знаний, связанных с поставленным перед ним вопросом, при этом не ориентируется в профессиональной терминологии.

• **Защита отчета о творческом задании**

Для оценки **умений и владений** аспирантов используется творческое задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Творческие задания могут выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии оценивания защиты отчета творческого задания отображены в шкале, приведенной в табл. 3.

Таблица 3

Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
Зачтено	Аспирант выполнил творческое задание успешно, показав в целом систематическое или сопровождающееся отдельными ошибками <b>применение</b> полученных знаний и <b>умений</b> , аспирант ориентируется в предложенном решении, может его модифицировать при изменении условия задачи. Аспирант может объяснить полностью или частично полученные результаты.
Незачтено	Аспирант допустил много ошибок или не выполнил творческое задание.

**2.2 Промежуточная аттестация**

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего контроля. Промежуточная аттестация проводится в виде зачета (4 семестр) и кандидатского экзамена по дисциплине (5 семестр) в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки умений и владений заявленных дисциплинарных частей компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролируемые уровнем сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Пример билета представлен в приложении 1.

• **Шкалы оценивания результатов обучения при зачете**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных дисциплинарных компетенций проводится по шкале оценивания «зачтено», «незачтено» путем выборочного контроля во время зачета.

Типовые шкалы и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в табл. 4 и табл. 5.

Таблица 4

Шкала оценивания уровня знаний, умений и владений на зачете

Оценка	Критерии оценивания
Зачтено	Аспирант продемонстрировал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания при ответе на теоретический вопрос билета. Показал сформированные или содержащие отдельные пробелы <b>знания</b> в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов

Оценка	Критерии оценивания
	<p>правильно.</p> <p>Аспирант выполнил контрольное задание билета правильно или с небольшими неточностями. Показал успешное или сопровождающееся отдельными ошибками применение <b>навыков</b> полученных знаний и <b>умений</b> при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.</p>
<i>Незачтено</i>	<p>При ответе на теоретический вопрос билета аспирант продемонстрировал фрагментарные <b>знания</b>. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</p> <p>При выполнении контрольного задания билета аспирант продемонстрировал частично освоенное <b>умение</b> и <b>применение</b> полученных навыков при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей.</p>

При оценке уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций в рамках выборочного контроля при сдаче зачета считается, что полученная оценка проверяемой в билете дисциплинарной части компетенции обобщается на все дисциплинарные части компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.

Общая оценка уровня сформированности всех дисциплинарных частей компетенций проводится с учетом результатов текущего контроля в виде интегральной оценки по системе оценивания «зачтено» и «незачтено».

Таблица 6

Оценочный лист уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций на зачете

Итоговая оценка уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций	Критерии оценивания компетенции
<i>Зачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «зачтено»
<i>Незачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «незачтено»

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Задания для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

- 1) уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
- 2) степени готовности аспиранта применять теоретические знания и профессионально значимую информацию и оценивание сформированности когнитивных умений.
- 3) приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Задания для оценивания когнитивных умений (знаний) должны предусматривать необходимость проведения аспирантом интеллектуальных действий:

- по дифференциации информации на взаимозависимые части, выявлению взаимосвязей между ними и т.п.;
- по интерпретации и творческому усвоению информации из разных источников, ее системного структурирования;
- по комплексному использованию интеллектуальных инструментов учебной дисциплины

для решения учебных и практических проблем.

При составлении заданий необходимо иметь в виду, что они должны носить практико-ориентированный комплексный характер и формировать закрепление осваиваемых компетенций.

#### **4. Типовые контрольные вопросы и задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

##### **4.1 Типовые творческие задания:**

1. Найти необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости системы  $\dot{x}(t) = Ax(t)$  и доказать, что она совпадает с экспоненциальной.
2. Найти необходимые и достаточные условия устойчивости по Ляпунову системы  $\dot{x}(t) = Ax(t)$  и доказать, что она совпадает с равномерной.
3. Доказать, что система  $\dot{x}(t) = A(t)x(t) + f(t)$  с ограниченной матрицей  $A$  экспоненциально устойчива тогда и только тогда, когда при любой ограниченной  $f$  решение системы ограничено.
4. Доказать, что в случае  $q(t) > 0$  для любого решения уравнения  $\ddot{x} + q(t)x = 0$  отношение  $\dot{x}(t)/x(t)$  убывает при возрастании  $t$  на интервале, где  $x(t) \neq 0$ .
5. Доказать, что если особая точка уравнения  $(ax + by)dx + (mx + ny)dy = 0$  является центром, то исходное уравнение есть уравнение в полных дифференциалах.

##### **4.2 Типовые контрольные вопросы для оценивания знаний на зачете по дисциплине:**

1. Матрица Коши для линейных дифференциальных систем и ее определяющие свойства.
2. Устойчивость дифференциальных уравнений. Функции Ляпунова.
3. Линейные дифференциальные периодические системы. Представление Флоке. Матрица монодромии.
4. Автономные уравнения. Положения равновесия. Предельные циклы.
5. Монотонные операторы. Теорема о дифференциальном неравенстве.

##### **4.3 Типовые контрольные задания для оценивания приобретенных умений и владений на зачете по дисциплине:**

1. Исследовать устойчивость нулевого положения равновесия системы  $\dot{x} = 2y - x - y^3, \dot{y} = x - 2y$ .
2. Доказать, что в случае  $q(t) < 0$  решения уравнения  $\ddot{x} + p(t)\dot{x} + q(t)x = 0$  не могут иметь положительных максимумов.
3. Найти в виде тригонометрических рядов периодические решения уравнения  $\ddot{x} + \dot{x} + x = |\sin t|$ .
4. Исследовать асимптотическое поведение решения уравнения  $\ddot{x} + t^4 x = 0$ , пользуясь преобразованием Лиувилля.
5. Вывести уравнение движения маятника с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости. Дать чертеж траектории на фазовой плоскости.

Полный комплект вопросов и заданий для сдачи зачета и кандидатского экзамена в форме утвержденных билетов хранится на кафедре «Вычислительная математика и механика».



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГБОУ ВО «Пермский**  
**национальный исследовательский**  
**политехнический университет»**  
**(ПНИПУ)**

**Направление**  
**01.06.01 Математика и механика**  
**Программа**  
**Функционально-дифференциальные**  
**уравнения**  
**Кафедра**  
**Вычислительная математика и механика**

**Дисциплина**  
**«Дифференциальные уравнения»**

**БИЛЕТ № 1**

1. Матрица Коши для линейных дифференциальных систем и ее определяющие свойства (*контроль знаний*).
2. Исследовать устойчивость нулевого положения равновесия системы  $\dot{x} = 2y - x - y^3$ ,  $\dot{y} = x - 2y$  (*контроль умений*).
3. На концах вала закреплены два шкива, моменты инерции которых  $I_1$  и  $I_2$ . При повороте одного шкива относительно другого на любой угол  $\varphi$  вследствие деформации вала возникают упругие силы с крутящим моментом  $K\varphi$ . Найти частоту крутильных колебаний вала при отсутствии внешних сил. (*контроль владений*).

Составитель \_\_\_\_\_  
(подпись)

Мальгина В.В.

Заведующий кафедрой ВММ \_\_\_\_\_  
(подпись)

Труфанов Н.А.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г.

### Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		